

引用格式: 李亭美, 李鸿霞, 陈宇辉, 等. 连续时间晶体的前沿研究综述[J]. 中国测试, 2024, 50(12): 30-44. LI Tingmei, LI Hongxia, CHEN Yuhui, et al. Review of recent advances in continuous time crystals[J]. China Measurement & Test, 2024, 50(12): 30-44. DOI: 10.11857/j.issn.1674-5124.2024090066



连续时间晶体的前沿研究综述

李亭美, 李鸿霞, 陈宇辉, 张向东

(北京理工大学物理学院 先进光电量子结构设计与测量教育部重点实验室 纳米光子学与超精密光电系统
北京市重点实验室, 北京 100081)

摘要: 时间平移对称性表明系统的时间演化下具备不变的动力学特性。时间晶体是一种特殊的多体系统非平衡相态, 其因时间平移对称性的自发破缺而表现出随时间周期性振荡。根据自发对称性破缺的类型, 时间晶体可分为离散时间晶体和连续时间晶体。最近在超冷原子-腔系统、掺铒离子系统、里德堡原子、核自旋固态等不含时的哈密顿量系统中, 都观察到连续时间平移对称性的自发破缺。文章综述近期连续时间晶体的实验成果, 可为深入理解连续时间晶体的特性和潜在应用提供参考。

关键词: 平移对称性自发破缺; 连续时间平移对称性自发破缺; 连续时间晶体

中图分类号: TB9; O43

文献标志码: A

文章编号: 1674-5124(2024)12-0030-15

Review of recent advances in continuous time crystals

LI Tingmei, LI Hongxia, CHEN Yuhui, ZHANG Xiangdong

(Beijing Key Laboratory of Nanophotonics & Ultrafine Optoelectronic Systems, Key Laboratory of Advanced Optoelectronic Quantum Architecture and Measurement of Ministry of Education, School of Physics, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)

Abstract: The symmetry of time translation implies that a system's dynamical properties remain invariant under temporal changes. A time crystal is a special non-equilibrium phase of a many-body system, characterized by periodic oscillations in time due to the spontaneous breaking of time translation symmetry. Based on the type of spontaneous symmetry breaking, time crystals can be categorized into discrete time crystals and continuous time crystals. Recently, spontaneous breaking of continuous time translation symmetry has been observed in systems with time-independent Hamiltonians, including ultracold atom-cavity systems, erbium-doped ion systems, Rydberg atoms, and nuclear spins in solid-state environments. This paper reviews recent experimental advancements in continuous time crystals, providing insights into their properties and potential applications.

Keywords: spontaneous breaking of symmetry; spontaneous breaking of continuous time translation symmetry; continuous time crystal

收稿日期: 2024-09-10; 收到修改稿日期: 2024-11-05

基金项目: 国家自然科学基金(12174026, 62105033); 北京理工大学学术启动计划资助; 北京理工大学科技创新计划资助

作者简介: 李亭美(1998-), 女, 山西太原市人, 博士研究生, 研究方向为光学多体系统。

通信作者: 陈宇辉(1987-), 男, 广东吴川市人, 教授, 主要从事光量子芯片及微纳光学研究。

1 时间晶体的发展

传统的晶体结构,是由大量微观物质单位(原子、离子、分子等),通过分子间相互作用在三维空间中形成排列规律且稳定的周期性结构。以自然界中的水为例,液态水和水蒸汽在空间中具有平移对称性,在空间中的不同位置上观察其形态都会展现出同样的结构。但当温度降低时,分子间的动能减小,分子间相互的吸引力增大,这会促使水分子排列成有序的晶体结构“冰”,从而具有六边形对称性。虽然水分子间作用力的形式并无改变,但这种空间晶体的形成打破了空间上的连续对称性。整个晶体在空间只能平移离散的、特定的距离才能与初始状态重合^[1-3],其对称性由连续平移不变性变为离散平移不变性。这意味着对称性的减少和破缺。另一方面,若把结晶后的晶格平移任意一段距离,就能得到一个与之前不同的晶格位形,但选择哪种晶格位形并不是唯一的,这意味着这种对称破缺是自发的,也是自组织的结果。自组织是从无序转变为有序状态的一种自发过程,在生物系统中,随处可见的萤火虫的发光,大脑的神经元结构等,都属于自组织行为^[2,4-11]。

时空的概念是相互联系的,2012年 Shapere 和 Wilczek 首次提出时间晶体(time crystal, TC)的概念,将空间晶体类似对称性的概念推广到了时间的维度上。此时,时间连续平移对称性意味着一个物理系统的基本规律在不同的时间点上是一致的,不随时间的推移而改变。如果在时间的维度上出现自发平移对称性破缺,那么系统将自组织地随时间展现出周期性的变化并形成稳固的时间晶体^[1-3,8-12],它的状态每隔一段时间就会重复,时间上呈周期性。

Wilczek 最初对时间晶体的构想为:如果一个系统的哈密顿量不依赖于时间,时间平移对称性自发破缺可以发生在系统能量最低的基态,从而使得基态中的物理量表现出时间上的周期振荡,这种新奇的物质状态称之为“时间晶体”^[11]。时间晶体的概念若应用于经典系统,则要求系统的哈密顿量为最小值的时候粒子进行周期运动。但其在经典物理系统中无法实现,因为此时粒子速度为零,无法寻找到一个能量值最低且速度不为零的值^[8,11-13]。同年, Wilczek 设想了在量子系统中^[8],带电粒子围绕具有磁通的圆环做运动的情形。在圆环上放置大量的粒子,并假设它们是量子统计意义下的玻色子,

可以使得这些粒子发生玻色—爱因斯坦凝聚(BEC)。当它们之间的引力很强时,该凝聚态将会塌缩为一个球^[1-2]。塌缩成球的过程类似于空间晶体结构的形成,可以被定位。随着粒子沿着圆环的不同速率的运动,其空间分布自发表现出随时间的变化,呈现出时间晶体的特性。

然而, Bruno 证明这样的时间晶体其实不是在系统的基态上实现的,其能量比基态要高^[7,12]。H. Watanabe 和 M. Oshikawa 在 Bruno 的基础上严格地证明了 no-go 定理,表明在基态或有限温度的热平衡态下,只具有短程相互作用,且系统的哈密顿量不依赖于时间的多体物理系统,在热力学极限下不可能实现时间晶体^[14]。

在这样的结论下,平衡态下多体系统基态中出现时间晶体的可能性被排除了,但是人们发现量子时间晶体可以在激发态的系统中实现^[9,12-13]。这一发展导致了时间晶体的研究方向转移到非平衡多体系统,按照时间晶体对称性的特点,可以将其大致分为离散时间晶体和连续时间晶体两类。离散时间平移对称性表示只有移动固定的时间量后,系统才会回到初始的状态,其自发破缺对应离散时间晶体(discrete time crystal, DTC);连续时间平移对称性表明在连续的时间变化下,系统状态仍保持不变,其自发破缺则对应连续时间晶体(continuous time crystal, CTC)。一般来说,连续时间晶体被认为更加接近于最初提出时间晶体的设想。

随着 Sacha 在超冷原子系统中引入离散时间平移对称性自发破缺的概念^[15],离散时间晶体的概念被逐渐推广到周期性驱动的孤立系统中。因为在周期性哈密顿量驱动下,离散时间晶体可以在非短程相互作用下存在。与外界驱动的周期无关,系统在受到微扰且将驱动撤离后,仍然能够维持离散时间平移对称性的破缺^[4,6,9,12-13,15]。该自发破缺将引起一个亚谐波(系统的振荡频率是其基本频率的一个分数倍)的振荡,其振荡的周期频率不同于周期驱动的频率(在最初的实验中,为驱动频率的二分之一),这种自发破缺态被称为弗洛凯时间晶体(Floquet TC)或离散时间晶体(DTC)。其显著特征是对驱动频率的亚谐波响应^[16]。除了超冷原子-腔系统,在基于自旋的系统中也会出现类似的现象^[17-23]。

外部驱动的引入,一方面可以诱导系统出现自

发的时间平移对称性破缺;另一方面,驱动的能量会被系统吸收,变成热能。若无法及时排出热量,系统会衰变到热平衡态,从而导致时间晶体无法持续存在。要观察到时间晶体,如何解决驱动带来的热化并保持时间晶体的长寿命是很关键的问题。不同的研究团队提出了多种机制,如利用预热(prethermalization)、多体局域化(many-body localization)和耗散(dissipation)来减缓热化^[18,22-43]。不同类型的离散时间晶体已经在捕获离子^[10,38],自旋系统^[17-23],超低温原子^[44-45],超导量子位^[36,46-48]和其他系统^[49-51]的理论和实验中得到证明。

2017年, Norman Yao 团队实现了第一个激光激发下的一维离子链的自旋翻转的自发周期振荡。离子的自旋通过磁相互作用互相影响,当激光脉冲将它们的取向改变时,就会产生局部的磁场无序。由于自旋之间不能交换能量,它们无法达到热平衡,从而被囚禁或“局域化”在一个非平衡态中。经过一段时间后,自旋将翻转到相反的方向。在磁场与激光重复的交替作用下,电子自旋取向翻转状态呈现不同于驱动固定周期,打破了离散时间平移对称性,形成了一个“离散时间晶体”^[52]。这一类系统中多体局域化(many-body localization)的出现使得离散时间晶体可以在一定的时间内持续存在,但时间晶体的寿命取决于多体局域化的后期稳定性^[53-54]。在原子数有限的系统中,若驱动频率足够大,将导致系统在达到热化之前就会改变构成状态,使得吸热过程不会持续很久。预热(prethermalization)代表着驱动使系统在还未达到完全的热平衡之前,已经达到一种准稳态的现象,因此可以在没有多体局域化的情况下,维持时间晶体的存在。但其缺陷在于只能保护一些接近系统基态的低温态的动力学^[3,24-32]。

通过将系统耦合到合适的耗散环境中,可以作为稳定时间晶体的一个方法^[16,33,37,39-43,55-56]。耗散在孤立量子多体系统中通常被认为会导致系统能量的流失,但通过与外界耦合,该流失过程可以恰好消耗驱动系统引入的加热效应。若驱动和耗散达到平衡,那么周期性的稳定状态会持续存在。耗散系统中的离散时间晶体目前已经在原子-腔系统和光学等系统的实验中实现^[33,37,43,55-56]。虽然连续驱动潜在加热问题可能比周期驱动更严重,但在开放系统中引入耗散,仍然为连续驱动下时间晶体的实现提供了可能性。

连续时间晶体在自旋系统,非线性腔等开放量子多体系统中已经有了较为深入的理论研究^[16,42,57-73]。2022年, Kongkhambut 等人在连续泵浦耗散的超冷原子-腔系统中观测到光子数在腔中的自发振荡,首次在实验上实现了连续时间晶体^[66]。紧接着一系列的连续时间晶体在掺铈离子系统、里德堡原子和核自旋固态系统中不断涌现^[59,61,63-64,66-67,69-71,74],意味着人们对时间晶体这一非平衡多体相的研究进入新的阶段。

连续时间晶体一般具有三个特征:时间平移对称性的自发破缺,对外界扰动具有鲁棒性,且具有长寿命,因此时间晶体的应用前景十分广泛。连续时间晶体的稳定性和长相干性在量子计算模拟中可以保护量子比特不受到外界扰动影响^[36,46-48],这对量子计算的发展具有重要作用。除了量子计算与模拟,连续时间晶体也可以用来进行时间的高度精确测量。由于频率和周期是彼此的倒数,所以时间晶体振荡频率的稳定性为实现精确的时间测量提供了新的思路^[57,59,61,63,66-71,74]。此外,连续时间晶体还可以用于制造高灵敏度的传感器^[33,58,63-64,75],生成真随机数,实现量子存储等功能^[36,46-48,65-66]。随着近年来实验上观测连续时间晶体领域取得的进展,连续时间晶体的研究逐渐引起越来越多的关注。

本文针对近期连续时间晶体的一系列实验进展,首先介绍连续时间晶体的基本原理、其基本的理论模型和稳定性分析,然后着重讨论了超冷原子系统、掺铈离子系统、里德堡系统及自旋系统等系统中连续时间晶体的实验进展。

2 连续时间晶体的动力学演化

在连续驱动的开放系统下,时间晶体的形成需要具有自持续振荡的序参数,对不同类型的系统,该参数有可能是光子数,也有可能是原子密度等参量。在开放的量子多体系统中,连续时间晶体可观测的动力学演化因其可以表征自发振荡是否出现而备受关注。对连续时间晶体的分析通常依赖于非线性动力学和分岔理论,根据该理论所得到的系统随时间演化的解可以支持混沌行为或极限环的时间周期解^[41,62,73]。极限环的形成常被用于判断是否实现连续时间晶体^[41-42,59,62-64,66,74]。

霍普夫分岔(Hopf bifurcation)是非线性动力系统理论中的一个重要概念,用于描述非线性系统中平衡点或周期解稳定性的变化过程。当系统参数

变化时, 如果某个平衡点(或周期解)的稳定性发生改变, 从而导致系统的动态行为发生显著变化, 就称为霍普夫分岔^[41]。霍普夫分岔可能会引起极限环的出现, 从而导致系统的自发周期振荡。这种振荡行为不是由外部驱动造成的, 而是来自于系统本身具有的动力学特质。完美的时间晶体能够表现出无限的寿命, 呈现出稳定且自持续的演化振荡状态。在数学上, 这对应于相空间中稳定的闭合轨迹, 即极限环, 它是非线性动力学中的重要概念^[41-42, 64, 73]。极限环表示自然界里一些具有固定运动周期的系统, 即便受到干扰, 也会逐渐回到原先的周期状态, 这符合对时间晶体的描述。

对于量子多体系统与外界耦合后的动力学演化行为, 一般的理论模型假设其哈密顿量不随时间变化。那么其系统的观测量均值 $\langle\hat{O}\rangle$ 不随时间变化, 这意味着与哈密顿量对易关系为零:

$$\partial_t \langle\hat{O}\rangle = i[\hat{H}, \hat{O}] = 0 \quad (1)$$

我们研究一个受外部光学驱动量子多体系统, 其哈密顿量包括系统原子与场的作用以及原子间相互作用。在旋转坐标系下, 方程形式如下^[41, 59, 64, 66, 71]:

$$H_{\text{sys}} = \sum_i h_i + \sum_{i,j} V_{i,j} \quad (2)$$

式中: h_i ——第 i 个原子的哈密顿量, 包括原子的能量及原子与场的耦合项;

$V_{i,j}$ ——原子间相互作用。

因为多体间的相互作用会引起非线性, 在系统中不可忽略, 不同的多体系统, 所应用的相互作用形式也不同。在非极性分子系统或原子间距较远的系统中, 范德瓦尔斯相互作用较为显著, 其形式为: $V_{i,j} = \frac{C_6}{|r_i - r_j|^6}$, 与原子间距的六次方成反比。对于有极性粒子的系统, 偶极-偶极相互作用更占优势。其中磁偶极相互作用 $V_{\text{mag-dip}} = \frac{\mu_0}{4\pi} \left(\frac{\vec{\mu}_i \cdot \vec{\mu}_j}{r^3} - \frac{3(\vec{\mu}_i \cdot \vec{r})(\vec{\mu}_j \cdot \vec{r})}{r^5} \right)$ 和电偶极相互作用 $V_{\text{dip-dip}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{\vec{\mu}_i \cdot \vec{\mu}_j}{r^3} - \frac{3(\vec{\mu}_i \cdot \vec{r})(\vec{\mu}_j \cdot \vec{r})}{r^5} \right)$ 都会对系统有贡献。除此以外, 在自旋多体系统中, 自旋相互作用的形式为 $V_{\text{spin}} = -2J(\vec{S}_i \cdot \vec{S}_j)$ ^[59, 61]。

受外部驱动的量子多体系统的演化通常可以用多体密度矩阵的 Lindblad 主方程来描述^[67]:

$$\dot{\rho} = -i[H, \rho] + \sum_k \left(L_k \rho L_k^\dagger - \frac{1}{2} \{L_k^\dagger L_k, \rho\} \right) \quad (3)$$

式中: ρ ——系统的密度矩阵;

L_k ——Lindblad 因子, 代表系统中不同的耗散衰减过程, 如自发辐射过程, 激发态的失相过程, 退相干过程等。

方程(3)中一部分是系统的哈密顿量, 另一部分是表示系统损失量的 Lindblad 因子, 它们共同影响整个系统在时间上的演化状态。在开放的量子系统中, 通常需要耗散来稳定驱动的吸热过程, 耗散衰减过程由方程(3)的 Lindblad 因子 L_k 进行描述, 其通常取决于具体的物理系统和其与环境的相互作用。例如, 对于一个与热库相互作用的多能级系统, Lindblad 算子可能是与能级跃迁相关的算子; 对于自旋系统, 对应的则是自旋算符。对于一般系统, 为了简化处理, 可以在平均场近似下求解演化方程, 假设所有原子的概率密度分布是单个原子概率密度的直积 $\rho_{\text{sys}} = \otimes \rho_i$, 且假设空间粒子数是均匀的, 就可以将多粒子问题转化为单粒子的方程进行求解^[57, 59, 61]。

系统的稳定性可以通过求解以上非线性方程组的稳态解, 并对该稳态解进行稳定分析得到雅可比矩阵的线性化动力学演化方程。引入一个小的局部扰动 $\delta\rho$, 可以导出扰动的特征运动方程: $\partial_t(\delta\rho) = \mathbf{M}[\delta\rho]$, 其中 \mathbf{M} 为雅可比矩阵。该雅可比矩阵引入扰动后解的动力学行为^[73] 由下式表示:

$$\delta\rho(t) = \sum_m c_m e^{\lambda_m t} \delta\rho_m \quad (4)$$

其中 c_m 、 λ_m 为对应的第 m 个概率密度态的系数和特征值^[73]。动力学中对系统线性稳定性的分析由以下过程概括:

对于一个线性方程组: $\mathbf{dx}/dt = \mathbf{F}(\mathbf{x})$, 当 $\mathbf{dx}/dt = 0$ 时的稳态解为 \mathbf{x}_0 , 引入小的微扰后, $\mathbf{x} = \mathbf{x}_0 + \Delta\mathbf{x}$, $d(\mathbf{x}_0 + \Delta\mathbf{x})/dt = \mathbf{F}(\mathbf{x})$ 。从而可以得到系统的通解为:

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{x}_0 + \sum_m^n a_m \mathbf{v}_m(0) \exp(\lambda_m t) \quad (5)$$

式中: a_m ——对应叠加系数;

\mathbf{v}_m ——特征向量;

λ_m ——对应雅可比矩阵第 m 个特征值^[70]。

当特征值大于零, 对应系统随时间变化将会发散, 更容易引起分岔行为; 反之, 系统将快速在不动点上固定。应用该理论, 可以得知当雅可比矩阵所

有特征值的实部为负数时,对应本征态随时间的演化将会快速衰减为零,说明该不动点对应的解是稳定的。若至少有一个特征值的实部是正数,引入的扰动将会指数增长,这意味着该不动点对应的解是一个随时间振荡的态^[57,61,71,73]。

如上文所说,开放的量子多体系统中可以通过振荡极限环的特征,包括振荡相位从 0 到 2π 取随机值进行重复实现,以及振荡动力学对基本特征的时间扰动具有鲁棒性等来判断系统中是否出现了连续时间晶体相^[57,59,66,70,73]。类似水结成冰形成的晶体行为,冰晶晶格结晶的位置是随机的,在连续时间晶体中系统振荡的时间相位是随机的,表现为极限环相位的取值为 0 到 2π 的任意值。

在确定了量子系统的时间周期性后,为了进一步量化系统中表现出这种周期性行为的区域,需要先在时域内监测系统中各个部分的振荡幅度和相位,识别出那些具有显著周期性行为的区域;然后,使用傅里叶变换等频谱分析技术,识别系统中与时间晶体相关的频率成分,通过对频谱进行积分,可以量化与时间晶体行为相关的能量或幅度^[73]。连续时间晶体的实际应用与其稳定性相关,这包括对环境变化、参数波动以及外部扰动的耐受能力,因此需要判定出现的连续时间晶体在系统中不同参数下,是否稳健存在。一般情况下,需要对系统引入不同类型的白噪声,观察系统自发周期振荡的频谱行为。为了理解和描述时间晶体在时间维度上的周期性结构和稳定性,可以通过定义相对结晶分数来量化连续时间晶体的刚性^[59,66,73]:

$$\Omega_{RCF} = \Omega_{\text{noise}} / \Omega_{\text{quite}} \quad (6)$$

其中, Ω_{noise} 和 Ω_{quite} 分别代表有噪声下与无噪声下,自发振荡区域基频附近的观测量的傅里叶谱^[57,59,61,63]。

在研究中,一般可以通过改变不同的参数来观察连续时间晶体的振荡行为。根据这些观察结果,进一步调整这些参数的范围,以确保满足连续时间晶体所需的无限长寿命。这种参数调节能够帮助优化实验条件,从而确保连续时间晶体在实际应用中能够实现稳定且持久的工作状态^[56-57,59,61,63,66,69-72]。

总之,连续时间晶体是一种独特的非平衡态物质,它在时间上表现出自发连续平移对称性破缺。在开放量子系统中,实现连续时间晶体需要满足几个关键条件。首先,系统必须处于一个远离热平衡的非平衡态,以便能够支持稳定的时间周期振荡。其次,系统中需要存在相互作用的驱动机制,这可

以通过周期性外部驱动或内部相互作用来实现。第三,系统必须具有足够的耗散机制,以抵消可能导致系统趋向平衡态的热效应。最后,系统的相干性必须足够强,以保持时间晶体的长时间周期性行为^[66,70]。这些条件共同作用,能够在开放量子系统中实现一种新的时间平移对称性破缺,形成连续时间晶体^[57-74]。

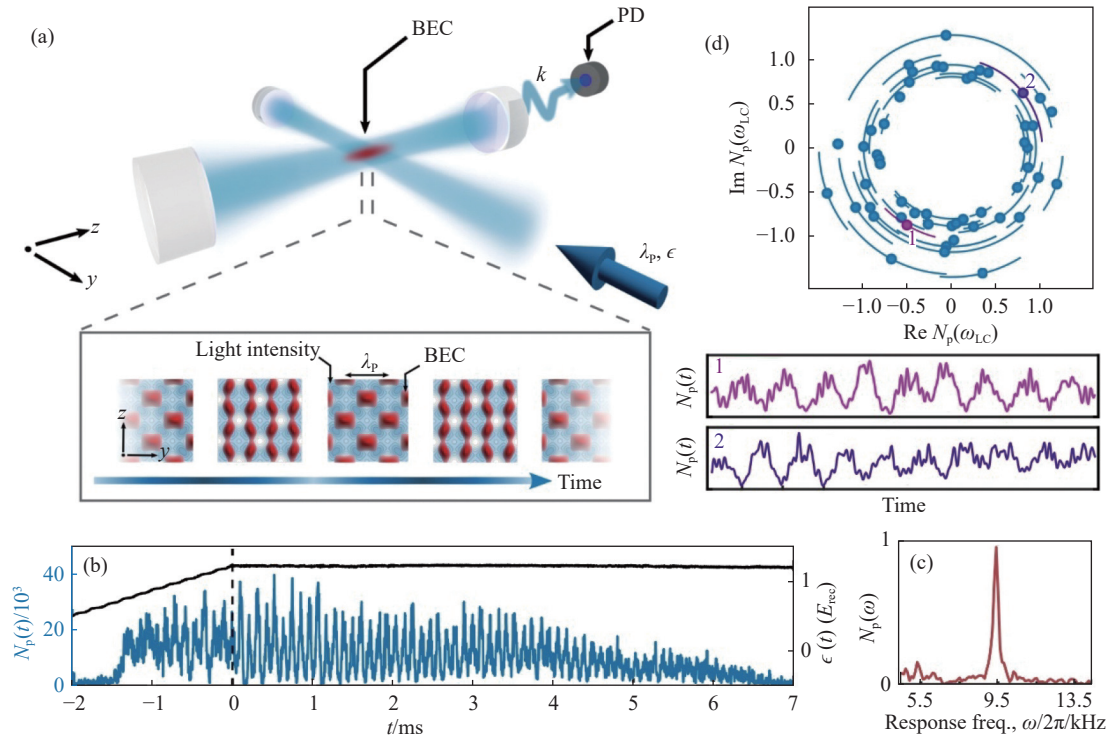
3 实验实现

3.1 首个实验观测的连续时间晶体

虽然连续时间晶体的理论早已经被提出,但其在 2022 年才在实验中实现。Kongkhambut 团队 2021 年在一个周期性驱动的开放原子-腔系统中实现了耗散稳定的离散时间晶体。在此工作的基础上,将引入的周期性驱动替换为连续泵浦的空腔,观测到超冷 ^{87}Rb 原子的玻色-爱因斯坦凝聚态(BEC)在光腔中在不同的状态中反复地切换^[37]。腔内观测到光子数的突发振荡(图 1b),且该振荡的相位是随机的(图 1d),形成了极限环。这意味着自发地打破了连续时间平移对称^[66]。实验中光腔的共振频率被设定为接近原子共振频率且使用精细调谐的驻波激光进行连续泵浦,该高精度光腔的存在可以增强腔体介导的无限范围的相互作用(长程相互作用)。另一方面,腔体中光子的损耗可以消耗热量,稳定时间晶体。

由于 BEC 是在一个高精细度的光腔内制备的,原子和腔体模式以相同的时间尺度演化。不同于其他的原子-腔结构,该光腔内的驻波激光共振频率相对于原子共振频率是蓝失谐的。因此多体长程相互作用在蓝色失谐情况下建立起来,这可以理解为由空腔引起的无限范围的原子-原子间接相互作用的结果。通过 Dicke 超辐射过程^[60,66],原子吸收激光中的光子,并将光重新辐射到光腔内部;发射到腔中的光子再次被原子吸收。该过程类似能量的传递,扩大了原子相互作用的范围,出现了长程相互作用。多个原子自发辐射并与共同的辐射场相互作用^[1,16,43],原子出现的集体行为促进了原子空间秩序的形成,促使 BEC 在光强中呈现不同的分布(二维周期晶格)(图 1a)。

该实验系统在 y 轴采用波长为 $\lambda_p = 792.55 \text{ nm}$ 的驻波场横向泵浦 BEC,与空腔方向垂直(图 1a)。出现晶格自发周期性变化且表现为振荡极限环的原因是不同能量贡献之间的竞争,一个来自泵浦晶格势,另一个来自空腔诱导的原子间相互作用力。在



(a) 用光泵浦晶格横向泵浦的原子-腔系统的示意图, 底部的插图显示了基于模拟的极限环动力学的光子场 (蓝色) 和原子密度 (红色); (b) 单次实验实现的腔内光子数 $N_p(t)$ 的时间演化; (c) 归一化和重标的 N_p 的单侧振幅谱; (d) 极限环中时间相位的分布, 底部的两个面板显示了两个具体实验实现的腔内光子数的演化^[66]。

图 1 原子-腔系统中的连续时间晶体

开始阶段, 空腔诱导的相互作用能量占主导地位, 原子位于激光场的低强度区域。在足够强的泵浦强度的极限环阶段, 原子将移动到更有可能将光发射到空腔中的区域, 导致光子数的降低, 使得系统更趋于恢复正常的均匀相。当泵浦强度已经超过临界值, 在蓝光照射下, 原子开始与泵浦光发生更强烈的相互作用。泵浦光重新建立了驻波晶格, 并将原子移回到其原来的位置, 从而光子数在腔中表现出自发振荡^[66]。由于腔场具有延迟动力学, 原子密度与其时间演化尺度相似, 在每个周期期间, 一小部分光从腔中泄漏出来, 与宽带腔设置相比, 该窄带精细腔限制了原子只能占据少量的动量模式, 因此系统不会加热过度。

在该系统中极限环的形成与连续时间平移对称性的自发破缺相关联, 表现为重复实现极限环的振荡的相对时间相位取 0 和 2π 之间的随机值^[5,41,62]。为了证明连续时间晶体的稳定存在, 该团队在带宽为 50 kHz 的泵浦信号上引入白噪声, 对极限环相位的刚性进行了证明 (图 2)。表明极限环相位在很大的噪声强度范围内虽然有熔化现象, 但仍表现出稳健的振荡行为, 符合连续时间晶体的要求^[8,16], 其相

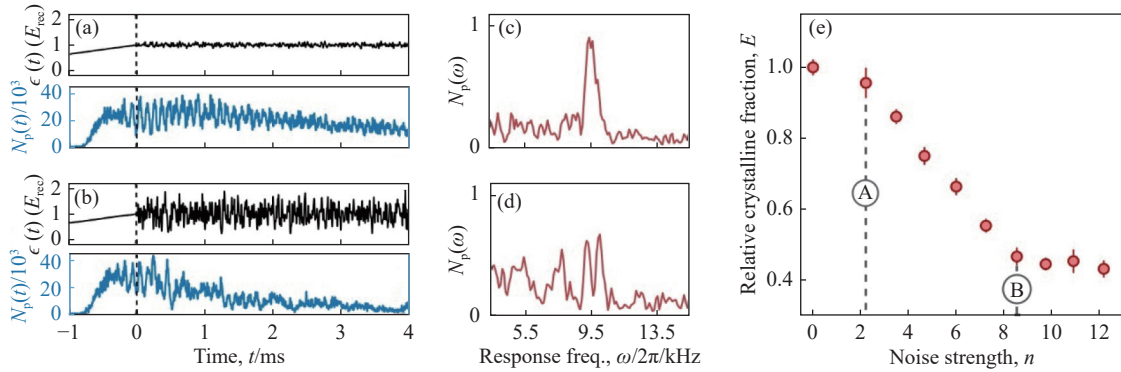
干时间为毫秒量级。该项工作第一次在实验中验证了连续时间晶体的存在, 为广泛而全面地研究强相关体系中玻色子或费米子量子物质的动态多体态铺平了道路^[66]。

实现连续时间晶体需要多体间的相互作用, 该团队观测到的连续时间晶体中的多体相互作用并不是原子与原子间的直接相互作用, 而是由原子与腔作用, 腔又反馈给原子作用建立的等效相互作用。由于 BEC 的原子损耗, 减少了系统中集体原子-光子的耦合, 导致连续时间晶体振荡在几个周期后就会衰减, 寿命较短。连续时间晶体的周期性是通过原子与光腔作用导致腔中光子数振荡的频谱所得, 其振荡周期为等效的周期。

3.2 掺铪离子系统 (首个基于固态材料的连续时间晶体相)

2023 年不依赖于外加周期性调制或者腔体的连续时间晶体在掺铪离子系统中被观测到, 这是第一个在常规晶体材料本身中观察到固有的时间晶体相。

过去, 对连续时间晶体的一般理解主要集中在耗散与驱动的相互作用, 而对原子相互作用在系统

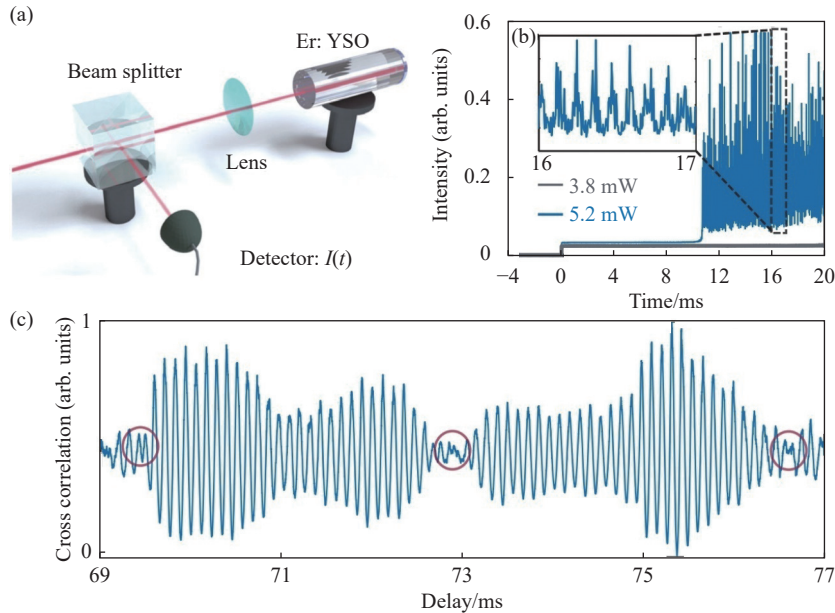


(a)、(b) 针对 (e) 所示噪声强度的单次实验运行；上图：泵浦强度的时间轨迹，下图： N_p 的相应动力学。(c)、(d) 针对 (a)、(b) 的单边振幅谱。(e) 固定 $\delta_{eff}/2\pi = -5.0$ kHz 和 $\epsilon_r = 1.25E_{rec}$ ，不同噪声强度下的相对结晶分数^[66]。

图2 对时间扰动的鲁棒性

中展现的作用关注较少。在非平衡量子多体系统中，原子的协同行为对形成时间晶体至关重要。原子间的非线性相互作用对于克服原子系统中的耗散效应至关重要，也是时间自发破缺稳定性保持的关键^[16,42-43,58,60,70,73]。在之前的超冷系统下，系统中的原子丢失是难以避免的，使得该系统长时间的动力学展现出衰减的特征。为了保持对称破缺的稳定性，需要去寻求有强相互作用的材料或和低耗散的材料。开放量子多体系统中，除了强相互作用诱导

非线性有可能实现连续时间晶体，低耗散也是减少晶体的过度加热，实现连续时间晶体的重要方面。稀土铈离子掺杂晶体材料中的铈离子的激发态寿命非常长，在毫秒级别；同时铈离子系综中具有偶极-偶极相互作用，因而有利于连续时间晶体的实验实现。与其他掺铈系统中的自脉冲效应不同^[76-78]，该实验没有采用外加的谐振器(图3a)，但仍观测到通过腔内的净增益被周期性调制并表现为光输出信号随时间的周期性振荡(图3b)。



(a) 实验装置示意图；(b) 掺铈离子间的相互作用而导致的本征光学不稳相；(c) 固有时间晶体的相位噪声^[70]。

图3 掺铈离子系统

实验上铈离子系综时间序的相干时间长达几毫秒，超过了单个铈离子的相干时间 $10 \mu s$ ^[67,70]。其关键因素为铈离子间的相互作用，由于铈离子在基态和激发态中的自旋磁偶极矩不同，当离子被光激

发到激发态时，其产生的磁场会发生变化。由于塞曼效应，被激发离子的磁偶极矩变化会影响近邻离子共振频率的变化，从而可以自发诱导时间晶体的出现^[67,70,76-78]。

该掺铯系统与传统的耗散结构有一些本质上的相似之处。首先, 铯离子会发生原子衰变和退相干, 从而形成一个开放的量子系统。在相干激光的作用下, 该系统会进入远离热平衡的状态中。其次, 铯离子之间的相互作用是一种非线性的相互作用, 会引起铯离子光学吸收峰频移, 在放大微扰和驱动铯系统进入一个新的稳定耗散方面起着至关重要的作用。最后, 铯离子的多级能量结构为触发不同光跃迁之间的内在竞争提供了足够的自由度^[70]。这三个因素的共同作用可以使得掺铯晶体系统中的时间晶体序长期存在^[4,6,16,39,67]。

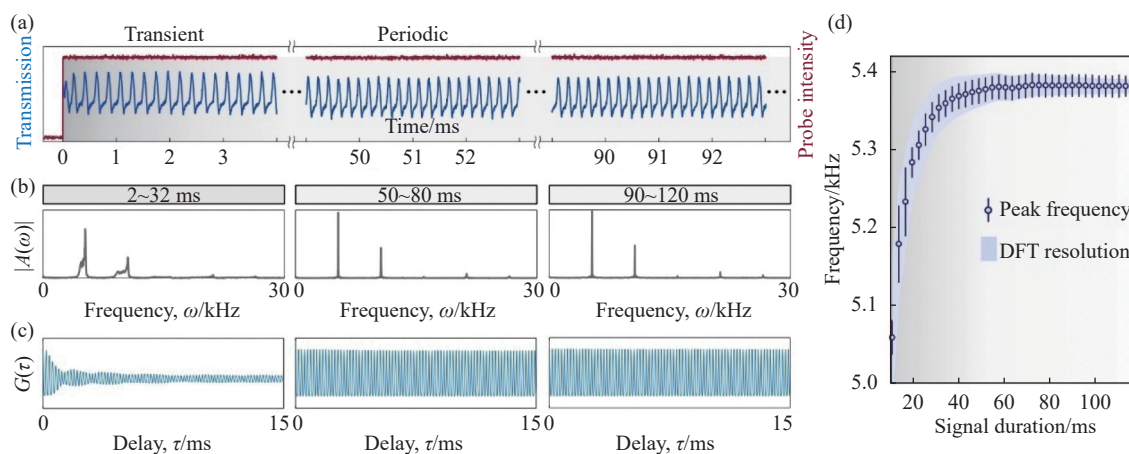
铯离子系统中自组织的周期振荡是持续的, 但在连续振荡中时间长度约为 4 ms 的间隔中出现了相位不连续的现象(图 3c)。这种退相干并不是因为铯离子自发辐射而导致的, 而是受到驱动激光器的相位噪声的影响^[70]。

3.3 里德堡多体系统(强相互作用)

里德堡原子的系综为探索远离相干驱动、耗散和长程偶极-偶极相互作用产生的多体现象提供了

一个合适的平台^[57,59,61,63,79-82]。由于里德堡原子具有很大的电偶极矩, 其强相互作用使得相距较远的原子之间也能发生关联作用^[79-82]; 另一方面, 里德堡系综是可控的, 且在室温下的蒸汽单元中, 几乎没有原子损失, 有利于稳定时间平移自发对称破缺。

Xiaoling Wu 等人在实验中观测到室温下, 里德堡原子系综(⁸⁵Rb)中存在耗散的连续时间晶体顺序。这是利用双光子共振扫描, 通过探测探针光束在空气中透射谱的振荡直接观察到的(图 4a)。其中基态原子连续地被驱动到里德堡态, 通过光子传输的持续振荡揭示了自发形成的连续时间晶体(图 4)。所观察到的极限环是由不同里德堡分量之间的共存和竞争产生的。由于里德堡强相互作用, 产生非线性能量位移, 由此产生的不同里德堡分量的竞争导致非平衡动态相位出现。在这种非平衡状态下, 相互作用可以促进一个里德堡态的激发, 而牺牲另一个, 从而导致里德堡密度在没有阻尼的情况下持续振荡^[59,61,63], 在实验中表示为传输信号的自发持续振荡。



(a) 探针和参考光束平行地通过室温⁸⁵Rb 蒸汽池传播后单次观测到的传输透射差(长时间顺序的建立); (b) 对应的传输功率的离散傅里叶变换; (c) 为 (b) 中时间窗口的信号延迟自相关演化^[59]; (d) 信号峰值频率随脉冲时间演化。

图 4 里德堡多体系统

振荡的非衰减自相关特性(图 4c)和对时间噪声的鲁棒性表明了实验中真正的长程时间序的建立。对于一个小但有限的噪声强度 N , 传输信号的有序振荡不会突然消失, 但仍然保留了在无噪声情况下发现的基本模式。随着噪声强度的增加, 随机噪声逐渐优于有序振荡, 证明了连续时间晶体的实现, 其为量子同步、和传感开辟了一条新的途径^[59,63]。

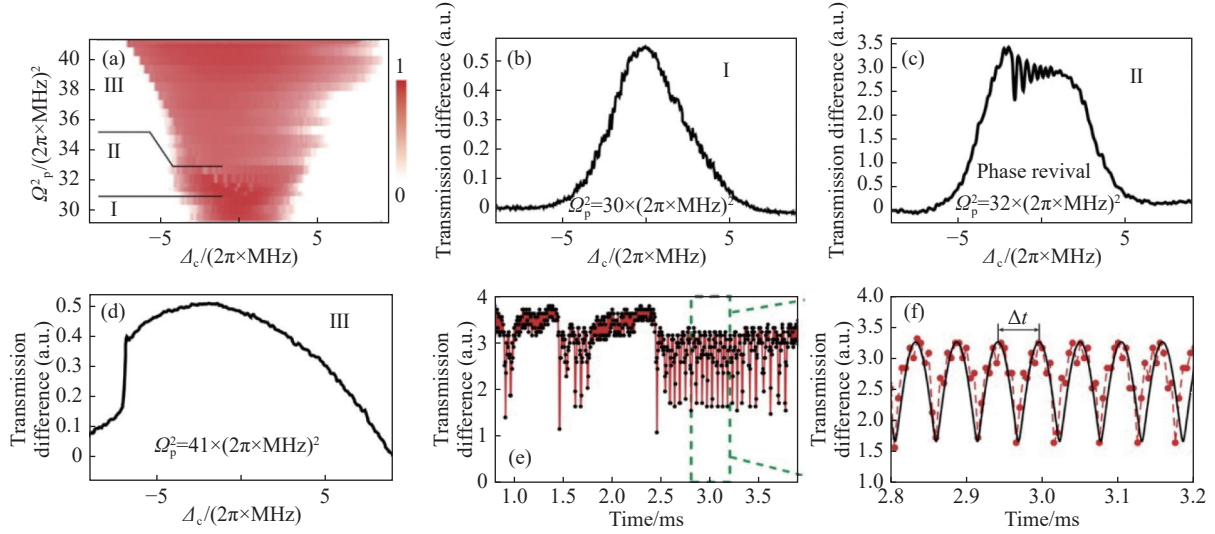
当由相干驱动和多体作用引起的耗散不可避免地破坏量子相干性时, 探索量子多体系统的遍历性

破缺趋势具有挑战性。遍历性意味着系统在长时间演化中能够充分探索其相空间中的所有可能状态。物理系统通常由于遍历性(ergodicity)会弛豫到平衡态, 进而可观测量随时间不再变化。但在某些情况下, 遍历性破缺可以抑制系统平衡和热化, 从而保持长时间振荡^[63]。

Dongsheng Ding 等人在驱动-耗散的里德堡原子气体系统观察到了遍历破缺的动力学现象。遍历性破缺的特征是长时间相位振荡, 这是由热气体中

不均匀的里德堡激发引起的,导致周期性振荡的空间团簇的形成,是多体集体效应的直接表现(图5)。在实验中当失谐接近共振时,观察到以毫秒量级的长时间内,里德堡的多体集体振荡,其振荡持续的时间比相关耗散和激光拉比频率的时间尺度都要长

得多。进一步,利用温度调整原子密度,验证了遍历性破缺动力学对不同参数的稳定性。当降低原子密度时,里德堡原子之间的平均距离较大,导致了较弱的里德堡原子相互作用。从而使得使得相变将完全消失,探针的透射谱将变得平滑^[63]。

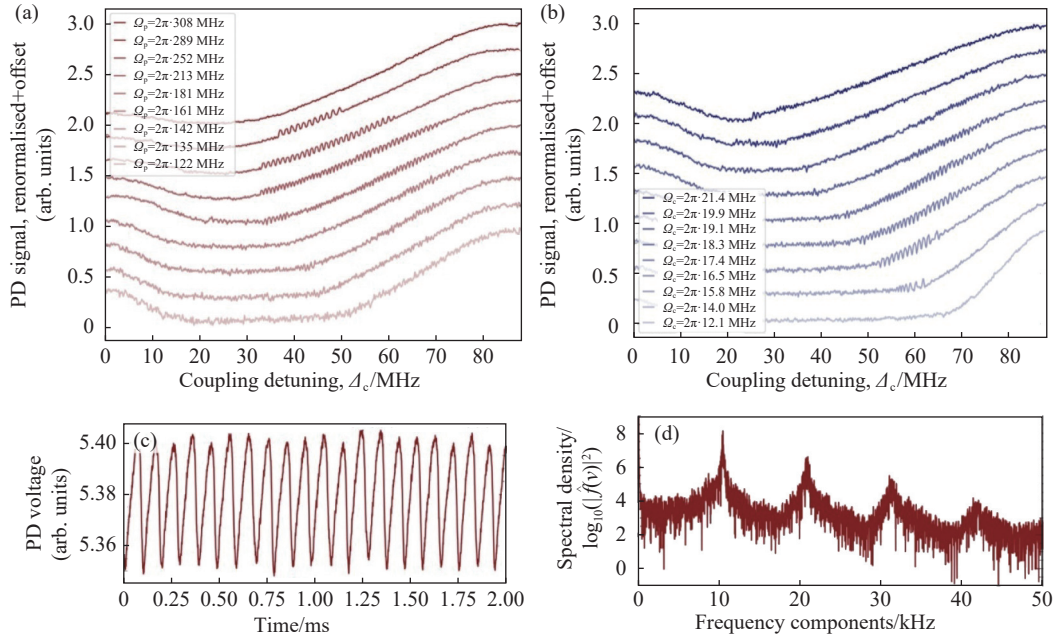


(a)改变信号光拉比频率和控制光失谐下的相图; (b)遍历性阶段的透射谱; (c)遍历性破缺阶段的透射谱; (d)强相互作用的透射谱; (e)长时间的相位振荡; (f)对应绿色区域的放大图^[63]。

图5 非平衡相图和遍历性破缺转变

Karen Wadenpfohl 等人对里德堡强相互作用引导同步化的出现和由此产生的非平衡动力学进行了进一步的研究。该团队观察到一个热(35~60 °C)原子(⁸⁷Rb)系综中,原子被驱动到一个高激发的里德

堡态(主量子数 n 从 43 到 79),表现出由局部耦合向同步的转变^[61]。利用双光子激发方案,在探针激光器的传输中检测到了蒸汽体积中的突发振荡(图6)。当所有系统参数保持恒定和固定激光失谐



(a)、(b)同步窗口宽度的变化; (c)同步自发振荡; (d)振荡对应频谱^[61]。

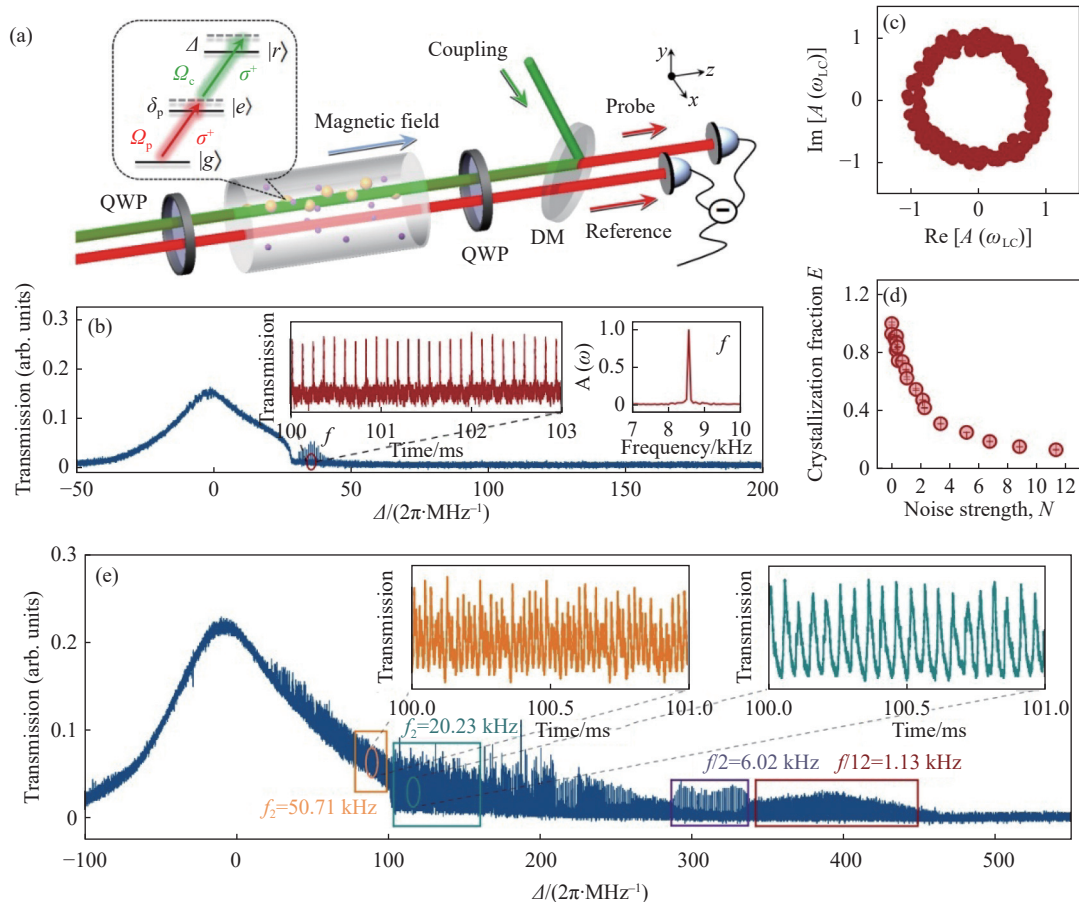
图6 原子在高激发里德堡态由局部耦合向同步的转变

时, 同步状态持续在时间尺度上的分钟量级, 且振荡保持其形状。

Rb 原子系统表现为一组耦合的振荡器, 每个原子由于其热运动而可能以不同的固有频率振荡。原子的热运动会引起失相, 从而导致系统中的任何振荡都会平均化。然而, 由于里德堡的强相互作用, 在耦合机制的推动下, 大部分原子振荡的频率和相位都会被锁定, 从而导致同步状态的出现。该系统中宏观周期性振荡的出现凸显了耗散环境中非线性动力学的丰富性, 并为研究大型全局耦合系统中的集体行为提供了平台^[9,81]。研究表明, 即使在存在耗散和单个原子正在进行随机运动的情况下, 强相互作用也会导致稳健的集体行为。实验中观测到的振荡极限环相位相对于参考波形随时间的漂移可能与实验参数的不确定性有关^[63]。因此, 该实验揭示了另一种可能性——极限环相位表现出的随机性有可能是实验条件引起的, 不由连续时间晶体的相位自由度唯一决定^[61]。

除了里德堡相互作用引起的同步和自发振荡外, Yuechun Jiao 等为非平衡开放系统中里德堡强相互作用、耗散和同步的相互作用自发打破时间平移对称性的动态阶段提供了新的认识^[74]。利用扫描电磁感应透明光谱测量, 该团队在室温下连续驱动耗散和强相互作用的里德堡热气体中观察到了复杂时间晶体顺序(时间晶体梳), 在时间无关的连续外部驱动下显示了一系列自发的自持续振荡(图 7e)。其与最近观察到的由于不同里德堡分量竞争导致的瞬态振荡和同步振荡不同, 该驱动方案中只有一个里德堡状态参与, 并通过激光偏振选择里德堡跃迁的结构(图 7a)。该复杂时间晶体顺序不仅存在固有的连续时间晶体相(图 7b), 还存在极限环的亚谐波和高阶谐波的振荡, 分别被认为是离散时间晶体阶和非线性诱导的高阶谐波, 所产生的动力学完全由里德堡气体的固有非线性所决定(图 7e)。

该自发持续振荡的极限环相位随机分布在 $[0, 2\pi]$ 上, 表明了连续时间平移对称性的自发破缺,



(a) 双光子共振实验装置; (b) 自发自持续振荡的单次实现及对应单边振幅谱; (c) 极限环相位的随机性; (d) 不同噪声强度下的结晶分数; (e) 复杂时间晶体序(CTC、亚谐波、高阶谐波)^[74]。

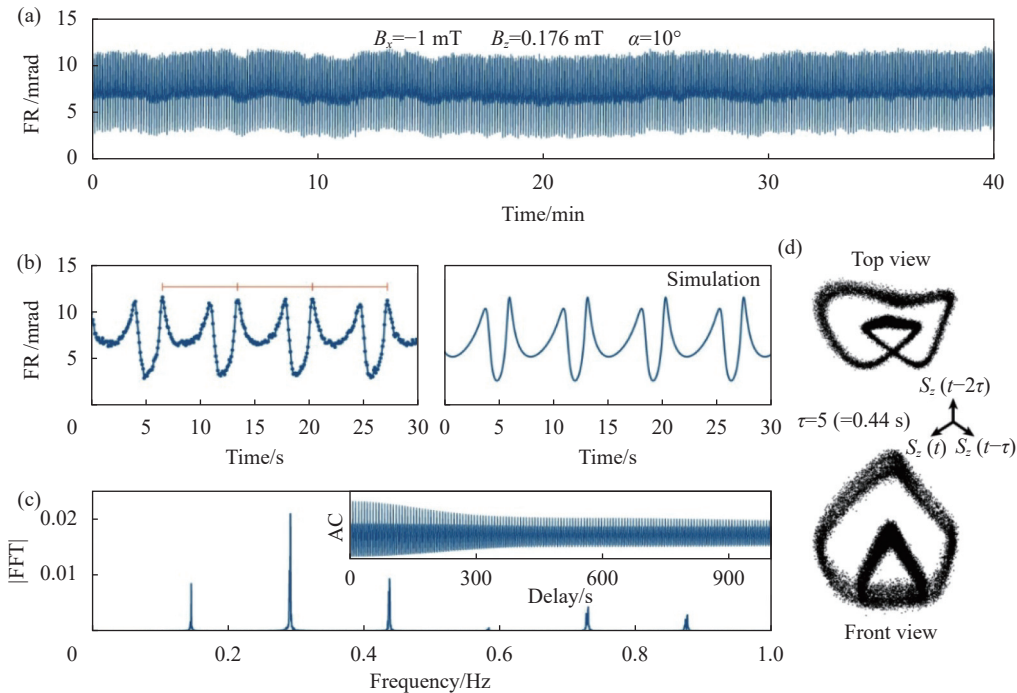
图 7 里德堡系统中时间晶体梳的形成

其在一定的宽参数范围内具有鲁棒性(图7c-d)。该系统利用了边界时间晶体(BTC)的概念,振荡相关频率与相干相互作用强度 Ω 和耗散率 Γ 呈线性关系。在BTC场景中,相互作用的多体系统和环境分别被解释为体积和边界,这种概念的应用规避了对振荡频率的依赖性。该自发持续振荡的时间晶体可以用于量子计量学,如超过标准量子极限的连续传感以及作为频率标准等^[71-72,74]。

3.4 自旋系统(片上)

从理论上讲,连续时间晶体的实现需要成分之间复杂的相互作用,从而诱导非线性动力学。除了里德堡原子系统具有强相互作用外,半导体中强交织的电子-核自旋系统也有这样复杂的相互作用,强关联的ENSS是一种新型固体动态多体态。

2024年, Greulich 使用带有 ENSS 的半导体系统(掺杂在 Si 的 $\text{In}_{0.03}\text{Ga}_{0.97}\text{As}$ 层),在连续圆偏振激光驱动下,在倾斜磁场下监测到了电子自旋极化的时间振荡,实现了鲁棒的连续时间晶体(图8)。该团队通过引入核能级分裂影响局部晶格畸变,降低了立方晶体的对称性,使得电子与原子核的超精细相互作用增强,从而引发非线性相互作用。实验中引入了倾斜磁场,可以快速地建立核自旋极化和电子自旋动力学的测量。又因为自旋有耗散衰减过程,导致在连续的外部驱动下,该固态系统产生周期性的自振荡,其相干时间超过几个小时,仅受测量时间的限制,这意味着,该系统有一个近乎完美的时间序^[71]。



(a)电子-核自旋系统的半导体系统倾斜磁场下监测到的电子自旋极化的时间振荡(振荡相干时间至少40 min);(b)FR信号以M形重复(理论实验相符合);(c)信号的傅里叶变换(插图为自相关函数,信号具有非随机的周期性);(d)自旋极化矢量相空间轨迹形成了极限环(相位是随机的)^[71]。

图8 固态自旋体系中的连续时间晶体

其固态连续时间晶体的鲁棒性已经在激光功率、样品温度和磁场等控制参数的大范围内得到了验证。电子-核自旋系统的自振荡保持在严格周期的范围内,在很宽的参数范围内依然稳定存在。通过其参数范围的确定,利用参数可调性,可以精确地调整ENSS的连续时间晶体周期,避免面临混沌自振荡的风险^[57]。

连续时间晶体的周期对磁场微小变化的依赖性可用于检测连续时间晶体对环境变化的灵敏度,连续时间晶体对电场和应变场也有类似的灵敏度。该特征促使带有电子-核自旋的半导体系统形成的连续时间晶体可作为一种可调谐的低频标准器件,具有低能激光吸收和大的法拉第旋转(FR),其信号可以很容易地转换为光输出。与其他连续时间晶体相

比, 其鲁棒性、长寿命、可小型化显著增强, 不仅有助于探索非线性动力学的基本方面, 还对片上计量信息和技术的应用提出了挑战^[71]。

不同类型的连续时间晶体在实验中陆续实现^[57,59,61,63,67,70-71,74], 其振荡的特点及条件见表 1。除了上述提到的四种类型外, 在非线性腔中通过在非相干粒子浴中自发形成微腔激子极化子也实现了连续时间晶体^[72]。时间平移对称自发破缺形成的时间晶体与传统系统中的有序结构形成有一些基本的相似之处, 都是在驱动、非线性和耗散系统中有序的形成。如普里戈金等人所述^[83], 传统的耗散结

构形成是由于系统被外力驱动远离平衡, 导致复杂的空间或时空格局, 其周期性往往是由外部驱动或特定的初始条件造成的。连续时间晶体与此不同, 量子系统的时间平移对称性的自发破缺是由多体系统内部的相互作用引起的, 时间平移对称的自发破缺的概念更注重与多体物理的相关性。尽管连续时间晶体研究已取得显著进展, 但在如何减少加热, 维持长时间相干振荡等方面依然是需要考虑的问题。在长时间运行和环境噪声的干扰下, 连续时间晶体的实验实现依赖于复杂的实验装置和严格的条件控制, 这限制了其大规模应用的可行性。

表 1 不同系统的连续时间晶体特性¹⁾

材料体系	热里德堡气体				超冷原子 (⁸⁷ Rb) ^[66]	掺铱离子 系统 ^[70]	半导体 (ENSS) ^[71]
	⁶⁰ Cs ^[74]	⁸⁵ Rb ^[63]	⁸⁷ Rb ^[61]	⁸⁵ Rb ^[59]			
多体相互作用类型	范德瓦尔斯相互作用	范德瓦尔斯相互作用	范德瓦尔斯相互作用	范德瓦尔斯相互作用	空腔诱导	偶极-偶极相互作用	电子和核自旋之间耦合作用
时间晶体相干时间	20 ms	~1 ms	~0.5 ms	~15 ms	~0.7 ms	~4 ms	~40 min
时间晶体寿命/s	0.28	0.001	0.002	0.125	0.01	无限长	无限长
时间晶体周期	~0.117 ms/ 8.6 kHz	~0.053 ms/ 18.9 kHz	~0.096 ms/ 10.4 kHz	~0.186 ms/ 5.4 kHz	~0.103 ms/ 9.7 kHz	0.114 ms/ 8.7 kHz	~10 s/1 Hz
时间晶体寿命 (number of circles)	~171	~19	~5	~80	~7	~35	~240
耗散寿命	0.07 μ s	~1.6 μ s	~0.02 μ s	~0.06 ms	~0.3 ms	11 ms	~0.5 s
多体相互作用强度	~72 MHz	~1.5 MHz	~100 MHz	~0.95 MHz	~4 kHz	10 MHz	~0.16 MHz
拉比振荡强度	~2.3 MHz	~5.7 MHz	18 MHz	~1 MHz	~5 kHz	~0.3 MHz	~168 MHz
振荡相位随机性	√		√	√	√	√	√

注: 1) 时间晶体寿命: 实验中振荡持续的最长时间; 时间晶体相干时间: 相干振荡时间; 时间晶体寿命(number of circles): 相干时间中经历的完整振荡周期的数量。

4 结束语

连续时间晶体目前已经在超冷原子-腔系统、掺铱离子晶体系统、核自旋固态系统和里德堡原子等系统中取得了许多突破性的进展, 并在不同系统中的实验实现^[57-74] 展现出广阔的应用前景。其稳定的周期性振荡特性在量子计算、精密测量^[84]、信息处理和存储等领域具有重要潜力, 有望用于开发高效、稳定的量子比特和量子门, 提高原子钟和频率标准的精度, 同时也在理论上为研究非平衡系统中时间平移对称性破缺提供新平台。随着研究的深入和技术的成熟, 连续时间晶体有望在多个前沿领域带来革命性突破。

参考文献

- [1] KHEMANI V, MOESSNER R, SONDH I S L. A brief history of time crystals [A]. arXiv, 2019.
- [2] SACHA K, ZAKRZEWSKI J. Time crystals: a review [J]. Reports on Progress in Physics, 2017, 81(1): 016401.
- [3] ELSE D V, MONROE C, NAYAK C, et al. Discrete time crystals [J]. Annual Review of Condensed Matter Physics, 2020, 11(1): 467-499.
- [4] CAROLLO F, LESANOVSKY I. Exact solution of a boundary time-crystal phase transition: Time-translation symmetry breaking and non-Markovian dynamics of correlations [J]. Physical Review A, 2022, 105(4): L040202.
- [5] CHAN C K, LEE T E, GOPALAKRISHNAN S. Limit-cycle phase in driven-dissipative spin systems [J]. Physical Review A, 2015, 91(5): 051601.
- [6] WU Y, LIU W, GENG J, et al. Observation of parity-time symmetry breaking in a single-spin system [J]. Science, 2019, 364(6443): 878-880.
- [7] BRUNO P. Impossibility of spontaneously rotating time

- crystals: aNo-Go theorem[J]. *Physical Review Letters*, 2013, 111(7): 070402.
- [8] WILCZEK F. Quantum time crystals[J]. *Physical Review Letters*, 2012, 109(16): 160401.
- [9] EISERT J, FRIEDSORF M, GOGOLIN C. Quantum many-body systems out of equilibrium[J]. *Nature Physics*, 2015, 11(2): 124-130.
- [10] LI T, GONG Z X, YIN Z Q, et al. Space-Time crystals of trapped Ions[J]. *Physical Review Letters*, 2012, 109(16): 163001.
- [11] SHAPER A, WILCZEK F. Classical time crystals[J]. *Physical Review Letters*, 2012, 109(16): 160402.
- [12] ZALETEL M P, LUKIN M, MONROE C, et al. Colloquium: Quantum and classical discrete time crystals[J]. *Reviews of Modern Physics*, 2023, 95(3): 031001.
- [13] ELSE D V, BAUER B, NAYAK C. Floquet time crystals[J]. *Physical Review Letters*, 2016, 117(9): 090402.
- [14] WATANABE H, OSHIKAWA M. Absence of quantum time crystals[J]. *Physical Review Letters*, 2015, 114(25): 251603.
- [15] SACHA K. Modeling spontaneous breaking of time-translation symmetry[J]. *Physical Review A*, 2015, 91(3): 033617.
- [16] DE NOVA J R M, SOLS F. Continuous-time crystal from a spontaneous many-body Floquet state[J]. *Physical Review A*, 2022, 105(4): 043302.
- [17] HOROWICZ Y, KATZ O, RAZ O, et al. Critical dynamics and phase transition of a strongly interacting warm spin gas[J]. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 2021, 118(43): e2106400118.
- [18] RANDALL J, BRADLEY C E, VAN DER GRONDEN F V, et al. Many-body-localized discrete time crystal with a programmable spin-based quantum simulator[J]. *Science*, 2021, 374(6574): 1474-1478.
- [19] CABOT A, CAROLLO F, LESANOVSKY I. Metastable discrete time-crystal resonances in a dissipative central spin system[J]. *Physical Review B*, 2022, 106(13): 134311.
- [20] CHOI S, CHOI J, LANDIG R, et al. Observation of discrete time-crystalline order in a disordered dipolar many-body system[J]. *Nature*, 2017, 543(7644): 221-225.
- [21] ROVNY J, BLUM R L, BARRETT S E. Observation of discrete-time-crystal signatures in an ordered dipolar many-body system[J]. *Physical Review Letters*, 2018, 120(18): 180603.
- [22] PAL S, NISHAD N, MAHESH T S, et al. Rigidity of temporal order in periodically driven spins in star-shaped clusters[J]. *Physical Review Letters*, 2017, 120.
- [23] O'SULLIVAN J, LUNT O, ZOLLITSCH C W, et al. Signatures of discrete time crystalline order in dissipative spin ensembles[J]. *New Journal of Physics*, 2020, 22(8): 085001.
- [24] YE B, MACHADO F, YAO N Y. Floquet phases of matter via classical prethermalization[J]. *Physical Review Letters*, 2021, 127(14): 140603.
- [25] YING C, GUO Q, LI S, et al. Floquet prethermal phase protected by U(1) symmetry on a superconducting quantum processor[J]. *Physical Review A*, 2022, 105(1): 012418.
- [26] PENG P, YIN C, HUANG X, et al. Floquet prethermalization in dipolar spin chains[J]. *Nature Physics*, 2021, 17(4): 444-447.
- [27] KYPRIANIDIS A, MACHADO F, MORONG W, et al. Observation of a prethermal discrete time crystal[J]. *Science*, 2021, 372(6547): 1192-1196.
- [28] STASIUK A, CAPPELLARO P. Observation of a prethermal U(1) discrete time crystal[J]. *Physical Review X*, 2023, 13(4): 041016.
- [29] ELSE D V, BAUER B, NAYAK C. Prethermal phases of matter protected by time-translation symmetry[J]. *Physical Review X*, 2017, 7(1): 011026.
- [30] YUE M, CAI Z. Prethermal time-crystalline spin ice and monopole confinement in a driven magnet[J]. *Physical Review Letters*, 2023, 131(5): 056502.
- [31] LUITZ D J, MOESSNER R, SONDHI S L, et al. Prethermalization without temperature[J]. *Physical Review X*, 2020, 10(2): 021046.
- [32] UEDA M. Quantum equilibration, thermalization and prethermalization in ultracold atoms[J]. *Nature Reviews Physics*, 2020, 2(12): 669-681.
- [33] TAHERI H, MATSKO A, MALEKI L, et al. All-optical dissipative discrete time crystals[J]. *Nature Communications*, 2022, 13: 848.
- [34] ZHUANG Q, MACHADO F, YAO N, et al. An absolutely stable open time crystal[C]//arXiv, 2021.
- [35] COSME J G, SKULTE J, MATHEY L. Time crystals in a shaken atom-cavity system[J]. *Physical Review A*, 2019, 100(5): 053615.
- [36] DENG D L, ZHANG X, JIANG W, et al. Observation of a Floquet symmetry-protected topological phase with superconducting qubits[A]. arXiv, 2021.
- [37] KESSLER H, KONGKHAMBUT P, GEORGES C, et al. Observation of a dissipative time crystal[J]. *Physical Review Letters*, 2021, 127(4): 043602.
- [38] ZHANG J, HESS P W, KYPRIANIDIS A, et al. Observation of a discrete time crystal[J]. *Nature*, 2017, 543(7644): 217-220.
- [39] BUČA B, TINDALL J, JAKSCH D. Non-stationary coherent quantum many-body dynamics through dissipation[J]. *Nature Communications*, 2019, 10(1): 1730.
- [40] BOOKER C, BUČA B, JAKSCH D. Non-stationarity and dissipative time crystals: spectral properties and finite-size effects[J]. *New Journal of Physics*, 2020, 22(8): 085007.
- [41] BUČA B, BOOKER C, JAKSCH D. Algebraic theory of quantum synchronization and limit cycles under dissipation[J]. *SciPost Physics*, 2022, 12(3): 097.

- [42] YANG S, WANG Z, FU L, et al. Emergent continuous time crystal in dissipative quantum spin system without driving[M]//arXiv e-prints. (2024-03-01).
- [43] BAKKER L R, BAHOVADINOV M S, KURLOV D V, et al. Driven-dissipative time crystalline phases in a two-mode bosonic system with Kerr nonlinearity[J]. *Physical Review Letters*, 2022, 129(25): 250401.
- [44] HUANG B, WU Y H, LIU W V. Clean floquet time crystals: Models and realizations in cold atoms[J]. *Physical Review Letters*, 2018, 120(11): 110603.
- [45] PIZZI A, KNOLLE J, NUNNENKAMP A. Period-n discrete time crystals and quasicrystals with ultracold bosons[J]. *Physical Review Letters*, 2019, 123(15): 150601.
- [46] BERNIEN H, SCHWARTZ S, KEESLING A, et al. Probing many-body dynamics on a 51-atom quantum simulator[J]. *Nature*, 2017, 551(7682): 579-584.
- [47] FREY P, RACHEL S. Realization of a discrete time crystal on 57 qubits of a quantum computer[J]. *Science Advances*, 2022, 8(9): eabm7652.
- [48] XU H, ZHANG J, HAN J, et al. Realizing discrete time crystal in an one-dimensional superconducting qubit chain[C]//arXiv, 2021.
- [49] SMITS J, LIAO L, STOOFF H T C, et al. Observation of a space-time crystal in a superfluid quantum gas[J]. *Physical Review Letters*, 2018, 121(18): 185301.
- [50] AUTTI S, ELTISOV V B, VOLOVIK G E. Observation of a time quasicrystal and Its transition to a superfluid time crystal[J]. *Physical Review Letters*, 2018, 120(21): 215301.
- [51] MASKARA N, MICHAILIDIS A A, HO W W, et al. Discrete time-crystalline order enabled by quantum many-body scars: Entanglement steering via periodic driving[J]. *Physical Review Letters*, 2021, 127(9): 090602.
- [52] YAO N Y, POTTER A C, POTIRNICHE I D, et al. Discrete time crystals: Rigidity, criticality, and realizations[J]. *Physical Review Letters*, 2017, 118(3): 030401.
- [53] SERBYN M, PAPIĆ Z, ABANIN D A. Local conservation laws and the structure of the many-body localized states[J]. *Physical Review Letters*, 2013, 111(12): 127201.
- [54] LIU S, ZHANG S X, HSIEH C Y, et al. Discrete time crystal enabled by Stark many-body localization[J]. *Physical Review Letters*, 2023, 130(12): 120403.
- [55] TAHERI H, MATSKO A B, HERR T, et al. Dissipative discrete time crystals in a pump-modulated Kerr microcavity[J]. *Communications Physics*, 2022, 5(1): 1-10.
- [56] TUQUERO R J L, SKULTE J, MATHEY L, et al. Dissipative time crystal in an atom-cavity system: Influence of trap and competing interactions[J]. *Physical Review A*, 2022, 105: 043311.
- [57] LIU B, ZHANG L H, LIU Z K, et al. Bifurcation of time crystals in driven and dissipative Rydberg atomic gas[A]. arXiv, 2024.
- [58] CABOT A, CAROLLO F, LESANOVSKY I. Continuous sensing and parameter estimation with the boundary time crystal[J]. *Physical Review Letters*, 2024, 132(5): 050801.
- [59] WU X, WANG Z, YANG F, et al. Dissipative time crystal in a strongly interacting Rydberg gas[J]. *Nature Physics*, 2024, 20(9): 1389-1394.
- [60] KLINDER J, KESSLER H, WOLKE M, et al. Dynamical phase transition in the open Dicke model[J]. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 2015, 112(11): 3290-3295.
- [61] WADENPFUHL K, ADAMS C S. Emergence of Synchronization in a Driven-Dissipative Hot Rydberg Vapor[J]. *Physical Review Letters*, 2023, 131(14): 143002.
- [62] KESSLER H, COSME J G, HEMMERLING M, et al. Emergent limit cycles and time crystal dynamics in an atom-cavity system[J]. *Physical Review A*, 2019, 99(5): 053605.
- [63] DING D, BAI Z, LIU Z, et al. Ergodicity breaking from Rydberg clusters in a driven-dissipative many-body system[J]. *Science Advances*, 2024, 10(9): ead15893.
- [64] KRISHNA M, SOLANKI P, HAJDUŠEK M, et al. Measurement-induced continuous time crystals[J]. *Physical Review Letters*, 2023, 130(15): 150401.
- [65] PAULINO P J, LESANOVSKY I, CAROLLO F. Nonequilibrium thermodynamics and power generation in open quantum optomechanical systems[J]. *Physical Review A*, 2023, 108(2): 023516.
- [66] KONGKHAMBUT P, SKULTE J, MATHEY L, et al. Observation of a continuous time crystal[J]. *Science*, 2022, 377(6606): 670-673.
- [67] CHEN Y H, HORVATH S P, LONGDELL J J, et al. Optically Unstable Phase from Ion-Ion Interactions in an Erbium-Doped Crystal[J]. *Physical Review Letters*, 2021, 126(11): 110601.
- [68] LIU T, OU J Y, MACDONALD K F, et al. Photonic metamaterial analogue of a continuous time crystal[J]. *Nature Physics*, 2023, 19(7): 986-991.
- [69] Realization of a continuous time crystal in a photonic metamaterial[J]. *Nature Physics*, 2023, 19(7): 939-940.
- [70] CHEN Y H, ZHANG X. Realization of an inherent time crystal in a dissipative many-body system[J]. *Nature Communications*, 2023, 14(1): 6161.
- [71] GREILICH A, KOPTOVA N E, KAMENSKII A N, et al. Robust continuous time crystal in an electron–nuclear spin system[J]. *Nature Physics*, 2024, 20(4): 631-636.
- [72] CARRARO-HADDADI, CHAFATINOS D L, KUZNETSOV A S, et al. Solid-state continuous time crystal in a polariton condensate with a built-in mechanical clock[J]. *Science*, 2024, 384(6699): 995-1000.
- [73] LI Y, WANG C, TANG Y, et al. Time Crystal in a Single-Mode Nonlinear Cavity[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2024, 132(18): 183803.
- [74] JIAO Y, JIANG W, ZHANG Y, et al. Observation of a time crystal comb in a driven-dissipative system with Rydberg

- gas[A]. arXiv, 2024.
- [75] MI X, IPPOLITI M, QUINTANA C, et al. Time-crystalline eigenstate order on a quantum processor[J]. *Nature*, 2022, 601(7894): 531-536.
- [76] BAUMANN I, BRINKMANN R, DINAND M, et al. Erbium incorporation in LiNbO₃ by diffusion-doping[J]. *Applied Physics A*, 1996, 64(1): 33-44.
- [77] THIEL C W, BÖTTGER T, CONE R L. Rare-earth-doped materials for applications in quantum information storage and signal processing[J]. *Journal of Luminescence*, 2011, 131(3): 353-361.
- [78] CONE R L, THIEL C W, SUN Y, et al. Rare-earth-doped materials with application to optical signal processing, quantum information science, and medical imaging technology[C]//Proc. SPIE. 2012: 82720E.
- [79] LEE T E, HÄFFNER H, CROSS M C. Antiferromagnetic phase transition in a nonequilibrium lattice of Rydberg atoms[J]. *Physical Review A*, 2011, 84(3): 031402.
- [80] LUKIN M D, FLEISCHHAUER M, COTE R, et al. Dipole blockade and quantum information processing in mesoscopic atomic ensembles[J]. *Physical Review Letters*, 2001, 87(3): 037901.
- [81] CARR C, RITTER R, WADE C G, et al. Nonequilibrium phase transition in a dilute Rydberg ensemble[J]. *Physical Review Letters*, 2013, 111(11): 113901.
- [82] HE Y, BAI Z, JIAO Y, et al. Superradiance-induced multistability in one-dimensional driven Rydberg lattice gases[J]. *Physical Review A*, 2022, 106(6): 063319.
- [83] NICOLIS G. Ilya Prigogine (1917–2003): Structure Formation Far from Equilibrium[J]. *Angewandte Chemie International Edition*, 2003, 42(29): 3324-3325.
- [84] 王琦, 李蒙, 沈兴中, 等. 量子测量技术内涵与发展 [J]. 中国测试, 2024, 50(2): 1-6.
- WANG Q, LI M, SHEN X Z, et al. Connotation and development trend of quantum measurement technology[J]. *China Measurement & Test*, 2024, 50(2): 1-6.

(编辑:莫婕)

(上接第 12 页)

- [110] CHI Y, SHEN C, CHENG L, et al. Interplanetary coronal mass ejections and stream interaction regions observed by tianwen-1 and MAVEN at mars[J]. *Astrophysical Journal Supplement Series*, 2023, 267(1): 3.
- [111] CESARINI A, GRIMANI C, BENELLA S, et al. Interplanetary medium monitoring with LISA: Lessons from LISA Pathfinder[J]. *Journal of Space Weather and Space Climate*, 2022, 12: 36.
- [112] MITTELHOLZ A, JOHNSON C, FILLINGIM M, et al. Space weather observations with insight[J]. *Geophysical Research Letters*, 2021, 48(22).
- [113] TROULLINO C, JIMÉNEZ-MARTÍNEZ R, KONG J, et al. Squeezed-light enhancement and backaction evasion in a high sensitivity optically pumped magnetometer[J]. *Physical Review Letters*, 2021, 127(19): 193601.
- [114] WU S, BAO G, GUO J, et al. Quantum magnetic gradiometer with entangled twin light beams[J]. *Science Advances*, 2023, 9(15): 1760.
- [115] LI S, VACHASPATI P, SHENG D, et al. Optical rotation in excess of 100 rad generated by Rb vapor in a multipass cell[J]. *Physical Review A*, 2011, 84(6): 061403.
- [116] SHENG D, LI S, DURAL N, et al. Subfemtotesla scalar atomic magnetometry using multipass cells[J]. *Physical Review Letters*, 2013, 110(16): 160802.
- [117] XU Y, SU X, CHAI Z, et al. Metasurfaces toward optical manipulation technologies for quantum precision measurement[J]. *Laser & Photonics Reviews*, 2024, 18(3): 2300355.
- [118] YU Q, LIU S, WANG X, et al. Partial measurements of the total field gradient and the field gradient tensor using an atomic magnetic gradiometer[J]. *Physical Review A*, 2023, 107(4): 043110.
- [119] MENG X, ZHANG Y, ZHANG X, et al. Machine learning assisted vector atomic magnetometry[J]. *Nature Communications*, 2023, 14(1): 6105.
- [120] 孟小勤, 童叶, 徐燕, 等. 矢量光在光泵磁强计中的研究及其应用 [J]. 中国激光, 2024, 51(18): 161-176.
- MENG X Q, TONG Y, XU Y, et al. Investigations into vector light and its application in optically pumped magnetometers[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2024, 51(18): 161-176.

(编辑:商丹丹)